

Dans le plan	Dans l'espace
$\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$	$\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$
Si $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$ et $\vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$, alors	Si $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$ et $\vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$, alors
$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \end{pmatrix}$	$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ a_3 + b_3 \end{pmatrix}$
$\lambda \vec{a} = \begin{pmatrix} \lambda a_1 \\ \lambda a_2 \end{pmatrix}$	$\lambda \vec{a} = \begin{pmatrix} \lambda a_1 \\ \lambda a_2 \\ \lambda a_3 \end{pmatrix}$

Exemple 21.6 Soit $\vec{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$ et $\vec{w} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$. Calculer l'expression vectorielle $\vec{v} - 2\vec{w}$

$$\begin{aligned} \vec{v} - 2\vec{w} &= \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ -1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

21.5 Produit scalaire de 2 vecteurs

Le produit scalaire trouve une application physique dans la notion de travail et une utilisation géométrique dans le calcul des projections et des distances.

Soit une *base orthonormée* dans le plan ou l'espace ainsi que les vecteurs dans le plan $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$,

$\vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$ ou dans l'espace $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$.

Le produit scalaire des vecteurs \vec{a} et \vec{b} est un nombre qui se définit comme suit :

- Dans le plan : $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2$
- Dans l'espace : $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$

Exemple 21.7 Soit $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ et $\vec{b} = \begin{pmatrix} -5 \\ 4 \end{pmatrix}$. Le produit scalaire $\vec{a} \cdot \vec{b}$ donne :

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \times (-5) + (-3) \times 4 = -22$$