3.4.1 Méthodes de résolution

On traitera ici des méthodes classiques, à savoir, la méthode de **substitution**, de **comparaison** et celle de l'**addition-soustraction**.

Méthode de substitution

Le but de cette méthode est d'isoler une inconnue dans une équation et de remplacer dans toutes les autres équations cette inconnue par son expression. Cela va former un nouveau système avec une inconnue de moins. On réitère le processus jusqu'à former une équation à une inconnue.

Exemple 3.14 Résoudre le système suivant :

$$\left\{\begin{array}{lcl} x+y & = & 5 \\ x-y & = & 1 \end{array}\right.$$

$$\begin{cases} x+y=5 & ① \\ x-y=1 & ② \end{cases} \qquad \begin{array}{l} \text{De ①, } x=5-y \\ \text{On remplace dans ② } \quad (5-y)-y=1 \quad \text{ce qui donne } y=2 \end{array}$$

On porte ensuite cette valeur dans ① ou dans ②, par exemple dans ② $x-2=1 \rightarrow x=3$

Méthode de comparaison

Dans cette méthode, l'idée est d'obtenir ou d'avoir directement un système où l'une ou l'autre des inconnues est déjà isolée (par exemple y) :

$$\left\{\begin{array}{lcl} y & = & a_1x+b_1 \\ y & = & a_2x+b_2 \end{array}\right.$$

Il suffit alors de résoudre l'équation :

$$a_1x+b_1=a_2x+b_2$$

La valeur de x obtenue est ensuite remplacée dans l'une ou l'autre des équations initiales.

Exemple 3.15 Résoudre le système suivant :

$$\left\{\begin{array}{lcl} x & = & 2y+4 \\ x & = & -2y+12 \end{array}\right.$$

On résout :

$$\begin{aligned} 2y+4&=-2y+12 \\ 4y&=8 \\ y&=2 \end{aligned}$$

On obtient finalement : $x=2\times(2)+4=8$ ou $x=(-2)\times 2+12=8$.